Marches auto-évitantes

Laura Martine Tudisco

Master thesis in Mathematics

Les marches auto-évitantes ont été introduites par le chimiste Paul Flory dans les années 1950 pour étudier les polymères. Sans passer par cette application intéressante, on peut les imaginer comme un chemin (sur un quadrillage par exemple) qui ne s'intersecte jamais. Une question se pose assez naturellement : combien existe-t-il de tels chemins ? Le nombre cN de marches auto-évitantes de longueur N devient vite extrêmement difficile à calculer, mais on connait quelques résultats pour N très grand. De nombreux problèmes restent cependant ouverts aujourd'hui.
On présente dans un premier temps quelques résultats sur c_N, notamment la borne de Hammersley et Welsh, ainsi que sur la constante de connectivité qui décrit le comportement exponentiel de c_N. On étudie ensuite l'apparition de motifs dans une marche auto-évitante. Le théorème de Kesten garantit que la plupart des motifs se retrouvent souvent sur presque toutes les marches auto-évitantes. Ce résultat permet notamment de montrer que le rapport c_{N+2}/c_N converge vers µ2. Finalement, on établira que le rapport $T_U(\omega)/T_V(\omega)+1$ entre le nombre de deux motifs interchangeables dont la longueur diffère de 2 tend vers µ2.
Les quatre premiers chapitres sont essentiellement inspirés du livre *The Self-Avoiding Walk* de Neal Madras et Gordon Slade (Birkhäuser, Boston, 1993) Sauf mention contraire, les preuves des théorèmes principaux sont tirées de ce même livre. Le résultat présenté dans le cinquième chapitre à propos du rapport $T_U(\omega)/T_V(\omega)+1$ est nouveau.

Prof. Dr. Ioan Manolescu