

# Verallgemeinerung der Bieberbach'schen Sätze über kristallographische Gruppen

Marina Cotting

Master Thesis in Mathematik

In dieser Arbeit werden die Verallgemeinerungen der drei Bieberbach'schen Sätze im nilpotenten Fall behandelt. Die drei Bieberbach'schen Sätze geben Auskunft über sogenannte kristallographische Gruppen.

Der erste Satz besagt, dass die Translationsgruppe von endlichem Index in  $G$  ist. Im zweiten Satz wird deutlich, dass zwei isomorphe kristallographische Gruppen bis auf affine Konjugation gleich sind. Nach dem dritten Bieberbach'schen Satz gibt es in jeder Dimension nur endlich viele Isomorphieklassen kristallographischer Gruppen. Die ersten beiden Bieberbach'schen Sätze lassen sich direkt verallgemeinern, während der dritte Satz umformuliert werden muss. In dieser Masterarbeit werden zwei Beweise für den ersten Bieberbach'schen Satz präsentiert: Der erste basiert auf der Arbeit von L. Auslander, der zweite nutzt ein Resultat von G.D. Mostow über diskrete und cocompakte Untergruppen in auflösbaren Gruppen.

Die ursprüngliche Formulierung der Verallgemeinerung des zweiten Bieberbach'schen Satzes von L. Auslander war nicht korrekt. Dies konnte mit einem Gegenbeispiel von K.B. Lee und F. Raymond widerlegt werden. Die richtige Verallgemeinerung wurde von K.B. Lee und F. Raymond formuliert. Im Beweis wird der erste Bieberbach'sche Satz genutzt.

Die Schwierigkeit den dritten Bieberbach'schen Satz zu verallgemeinern wird anhand eines Beispiels illustriert. Die korrekte Verallgemeinerung wird von K.B. Lee formuliert.

Im Ausblick wird die Herausforderung, die Bieberbach'schen Sätze weiter auf den auflösbaren Fall zu verallgemeinern, und eine Version des ersten Bieberbach'schen Satzes für nicht cocompakte Untergruppen gezeigt.

Patrick Ghanaat