

Master of Arts en enseignement pour le degré secondaire I

Synthèse du Mémoire de Master

Représentations et phase de représentation des problèmes mathématiques

Développement et étude d'un dispositif d'aide

Auteur	Kurmann Martin
Directeur	Dr Pillonel-Wyrsh Roland-Pierre
Date	18.08.2025

Introduction

La résolution de problèmes est un objectif majeur de l'enseignement des mathématiques et plusieurs auteurs la placent au cœur même des mathématiques (Polya, 1965 ; Tardif, 1997 ; Vianin, 2009). De nombreux rôles lui sont attribués, notamment d'entraîner les élèves à réfléchir, de les motiver à apprendre un sujet ou de mobiliser et transférer des notions étudiées (Tardif, 1997 ; Verschaffel et al., 2020). Aujourd'hui, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans les plans d'études et les manuels scolaires (Coppé & Dorier, 2024 ; Lajoie & Bednarz, 2014). Dans le Plan d'Études Romand, elle constitue une des visées prioritaires du domaine des Mathématiques et des Sciences de la nature : « Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes » (CIIP, 2024, p. 5). De plus, chaque ouvrage des moyens d'enseignement romands (MER) en mathématiques consacre un chapitre entier à la résolution de problèmes (LEP, 2011).

Si cette reconnaissance institutionnelle témoigne bien de l'importance croissante de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques, une certaine ambivalence existe : la résolution de problèmes est encouragée mais les enseignants de mathématiques apparaissent démunis pour l'enseigner (Coppé, 2021). Un écart considérable semble exister entre les objectifs d'apprentissage théoriques et leur mise en pratique sur le terrain (Lajoie & Bednarz, 2014). De nombreux enseignants affirment manquer de ressources et de conseils pédagogiques pour gérer les activités de résolution de problèmes (Coppé, 2021). Ces difficultés peuvent en partie être expliquées par la complexité inhérente à la résolution de problèmes : par définition, un problème est une activité exigeante dont la méthode de résolution n'est a priori pas connue de l'élève (Poirier Proulx, 1999 ; Tardif, 1997). De plus, cette activité modifie le *contrat didactique* en transférant à l'élève une responsabilité accrue dans la résolution, ce qui est une source de difficulté supplémentaire (Brousseau, 2004).

Pour répondre aux difficultés liées à l'enseignement de la résolution de problèmes, de nombreuses méthodes ont été proposées, parmi lesquelles le développement de dispositifs d'aide (voir p. ex. la méthode *Solve it!* de Montague et al., 2014). Ces dispositifs reposent généralement sur une décomposition de la résolution en étapes. Le modèle de référence en la matière est celui de Polya (1965) qui distingue quatre phases : comprendre le problème, concevoir un plan, exécuter un plan et examiner la solution. Bien qu'un consensus existe dans la littérature concernant le rôle crucial de la *phase de représentation*, c'est-à-dire la compréhension du problème (Julo, 1995 ; Poirier Proulx, 1999 ; Tardif, 1997 ; Verschaffel et al., 2020), aucun dispositif d'aide ne se concentre spécifiquement sur cette phase. Notre recherche vise donc à combler ce manque en développant et en étudiant un dispositif d'aide qui fournit explicitement des heuristiques de représentation aux élèves. En parallèle à cette perspective expérimentale, notre étude poursuit également une visée exploratoire : identifier les *représentations* que les élèves ont de la notion même de « problèmes mathématiques » et évaluer leur influence sur les performances des élèves.

Méthode

Notre recherche a été menée auprès de six classes de 9^H d'un cycle d'orientation fribourgeois, soit deux classes par filière (EB, G, PG), l'une étant à chaque fois le groupe contrôle de l'autre. Nous avons récolté des données auprès d'un total de 99 élèves comprenant 48 filles et 51 garçons. Un des intérêts d'étudier cette population d'élèves réside dans le fait qu'ils n'ont pas encore été véritablement entraînés aux méthodes de résolution et que leurs représentations des problèmes restent encore lacunaires. Cette population se prête donc a priori bien à l'expérimentation d'un dispositif.

Pour mener notre recherche, un dispositif expérimental original a été développé et testé auprès des élèves. Ce dispositif prend la forme d'un livret de quatre pages. La première page invite les élèves à

renseigner des informations sociométriques de base (genre, âge, filière). Les deuxième et troisième pages fournissent un problème mathématique, tiré des MER, ainsi qu'un espace dédié à sa résolution. Pour les groupes expérimentaux uniquement, ces pages contiennent également dix questions de représentation auxquelles les élèves doivent répondre avant de se lancer dans la résolution. Ces questions sont le fruit d'une compilation de recommandations de plusieurs méthodes d'enseignement (p. ex. Montague et al., 2014 ; Polya, 1965). Le dispositif expérimental encourage ainsi les élèves à « réfléchir avant d'agir ». Enfin, la quatrième page propose un questionnaire ainsi qu'un exercice d'association libre de mots. Les passations se réalisent sur une période scolaire.

Notre questionnaire est une adaptation du QASAM de Genoud et Guillod (2014) et permet d'évaluer plusieurs dimensions telles que la perception de *Contrôlabilité* et de *Compétence* des élèves lorsqu'ils résolvent un problème ainsi que l'*Utilité* qu'ils perçoivent du dispositif. Une question est également dédiée au *réalisme*, c'est-à-dire le rapport entre la performance réelle de l'élève et sa certitude face à sa réponse (Coen & Denervaud, 2003). La performance, quant à elle, a été mesurée au moyen de grilles critériées développées pour l'occasion. Finalement, le dispositif se termine avec un court exercice d'association libre de mots, conçu pour explorer la représentation du concept de « problèmes mathématiques » chez les sujets interrogés. Les mots récoltés ont été catégorisés dans quatre dimensions (*Outils*, *Processus*, *Perceptions positives* et *Perceptions négatives*) et, au moyen d'un logiciel de visualisation graphique, un réseau de mots a été créé mettant ainsi en évidence la structure conceptuelle des représentations des élèves.

Résultats

Bien que notre recherche ne mette pas en évidence d'effets significatifs du dispositif sur la performance ou sur les dimensions de *Compétence* et de *Contrôlabilité*, probablement du fait qu'il s'agissait d'un premier essai avec cet outil, plusieurs constats intéressants entourant la performance ont émergé et notamment des effets de genre et de filière. Tout d'abord, les filles des groupes tests semblent avoir mieux réussi que celles des groupes contrôles, alors que l'inverse est observé chez les garçons. Les filles estiment que le dispositif leur est plus utile, probablement du fait qu'il répond à un besoin de *Contrôlabilité* et compense une perception de *Compétence* plus faible de ces dernières, en comparaison à celles rapportées par les garçons. La forme du dispositif, avec des étapes claires et directives, convient peut-être également plus aux filles qu'aux garçons (Lafortune & Fennema, 2002). Toutefois, il faut relever que l'*Utilité* perçue du dispositif ne corrèle que peu avec la performance, ce qui montre que ressentir qu'un outil est utile ne se traduit pas nécessairement par une amélioration immédiate des résultats. Par ailleurs, nos résultats font écho aux conclusions d'autres recherches qui soulignent que les différences de performances en mathématiques sont généralement faibles entre les

filles et les garçons (Hyde et al., 1990 ; Mata et al., 2012). Cependant, la légère supériorité des scores des garçons ainsi que les perceptions plus défavorables chez filles, que nous observons, doivent être surveillées car elles peuvent constituer des indicateurs de l'émergence de réels écarts de performances, écarts qui ont justement tendance à apparaître à l'adolescence, à partir de 12-13 ans (Hyde et al., 1990).

En parallèle aux différences liées au genre, un effet de filière est également observé : les élèves des classes PG obtiennent en moyenne des scores supérieurs à ceux des classes G et EB. Les élèves de la filière PG se perçoivent également plus compétents et plus en contrôle lors de la résolution de problèmes. La tendance est inverse pour l'*Utilité* perçue du dispositif : ce sont les élèves des classes EB qui rapportent que le dispositif leur est davantage utile que les élèves des autres classes. Les élèves de la filière EB éprouvent généralement plus de difficultés en mathématiques et cela peut expliquer le besoin d'un accompagnement plus marqué. Il est toutefois intéressant de relever que les meilleurs scores ont été obtenus par une classe issue de la filière G. Après analyse, nous avons conclu à la présence d'un *effet enseignant*, c'est-à-dire l'influence déterminante que peuvent jouer l'expertise et l'engagement personnel d'un enseignant sur la réussite de ses élèves (Cusset, 2011).

Concernant le réalisme, nos résultats montrent que 70 % des élèves témoignent de bonnes capacités auto-évaluatives et ils sont répartis de manière équilibrée entre ceux ayant trouvé la réponse correcte et ceux n'ayant pas trouvé de solution. À l'inverse, les élèves à faible réalisme sont majoritairement auteurs de réponses incorrectes. Cela suggère une tendance des élèves de 9^H à se surestimer dans le cadre de la résolution de problèmes. Si aucune différence significative n'est observée entre les groupes tests et contrôles, nos données mettent en évidence des dynamiques sous-jacentes différentes selon le genre. Les garçons apparaissent plus confiants en mathématiques que les filles, alors que ces dernières doutent plus facilement d'elles-mêmes et de leurs réponses (Lafortune & Fennema, 2002 ; Mata et al., 2012). Enfin, le réalisme est fortement corrélé à la performance.

Finalement, notre exercice d'association libre de mots met en évidence que les représentations des élèves vis-à-vis des problèmes mathématiques sont souvent floues ou erronées, marquées par la confusion avec la notion d'exercice. Les élèves ont donc tendance à se concentrer sur l'obtention de la réponse au détriment des processus de résolution. La difficulté est également au cœur des considérations, en témoigne la forte centralité et connectivité du nœud *Difficile* dans le réseau de mots (Figure 1). Les perceptions négatives sont généralement surreprésentées, notamment chez les filles. Enfin, les représentations des élèves ont un impact direct sur les performances de ces derniers. Un modèle à trois clusters montre que les élèves qui réussissent le mieux, qui sont les plus confiants et qui se sentent le plus en contrôle sont également ceux qui disposent des représentations les plus adéquates (Figure 2), i.e. leurs représentations sont principalement alignées sur les *Processus*.

Figure 1. Réseau des mots récoltés. Chaque nœud correspond à un regroupement de termes et est coloré selon sa dimension. La taille des nœuds est proportionnelle à la fréquence d'apparition des termes associés et la taille des liens à la fréquence d'association.

■ Outils ■ Processus ■ Perceptions positives □ Perceptions négatives

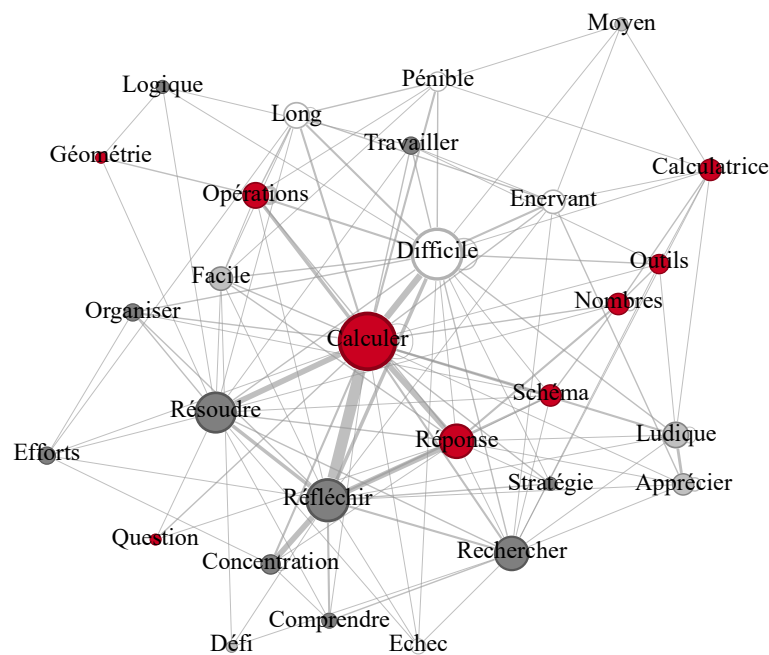
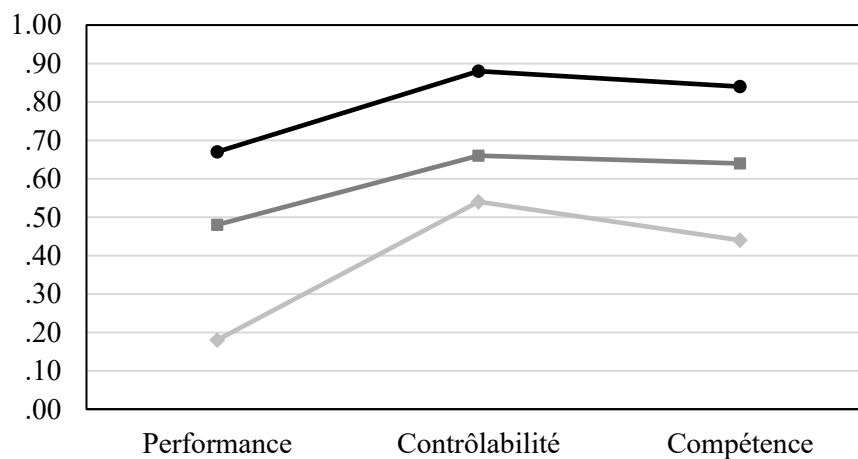


Figure 2. Profils des trois clusters d'élèves selon la performance et les dimensions de *Contrôlabilité* et de *Compétence*. Le cluster 1 ($n = 28$) a une représentation des problèmes mathématiques axée sur les *Processus*, le cluster 2 ($n = 47$) sur les *Outils* et le cluster 3 ($n = 12$) sur les *Perceptions négatives*.

 Cluster 1
 Cluster 2
 Cluster 3



Conclusion

Cette recherche a permis de concevoir et d'évaluer un dispositif visant à aider les élèves à mieux se représenter les problèmes, et cela à travers une explicitation d'heuristiques. Bien que son effet sur la performance n'ait pas été significatif, nos résultats suggèrent que son efficacité repose sur une intégration durable dans l'enseignement en complément à d'autres approches pédagogiques telles le modelage et l'enseignement explicite. Ils soulignent également que l'enseignant se doit de tenir

compte des représentations des élèves et, comme l'indique Vianin (2009), de « “casser” ces représentations limitées de ce qu'est un problème mathématique et de fournir aux élèves des stratégies générales de résolution » (p. 294). Pour ce faire, une discussion doit être menée avec les élèves afin de faire émerger leurs représentations et de les confronter aux attentes de l'enseignant. La clarification du *contrat didactique* apparaît comme une étape essentielle pour établir un environnement sécurisant pour l'élève et propice à la résolution, où l'erreur est acceptée et la persévérance encouragée. Notre dispositif peut alors être un outil précieux pour faire évoluer les représentations des élèves, renforcer leur assurance et, à terme, faciliter l'acquisition de cette habileté qu'est la résolution de problèmes.

Bibliographie

- Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques, 1970-1990* (2e éd). La Pensée sauvage, éditions.
- CIIP. (2024). *Mathématiques et Sciences de la nature (MSN)*. <https://per.ciip.ch/api/files/276>
- Coen, P.-F., & Denervaud, R. (2003). *L'indice de certitude : Un concept au service de l'apprentissage dans l'évaluation formative de l'élève*. [Texte non publié]. <https://pfcoen.ch/contenu-wp/pdf/2003-Coen-Denervaud>
- Coppé, S. (2021). Faut-il savoir ce qu'est un problème pour le résoudre ? *Revue de Mathématiques pour l'école*, 235, 60-72. <https://doi.org/10.26034/vd.rm.2021.1727>
- Coppé, S., & Dorier, J.-L. (2024). *La résolution de problèmes en mathématiques : Enjeux pour l'enseignement et l'apprentissage*. UGA Éditions. <https://books.openedition.org/ugaeditions/42332>
- Cusset, P.-Y. (2011). Que disent les recherches sur « l'effet enseignant » ? *La Note d'analyse*, 232. <https://strategie.archives-spm.fr/cas/system/files/na-qsociales-232.pdf>
- Genoud, P. A., & Guillod, M. (2014). Développement et validation d'un questionnaire évaluant les attitudes socio-affectives en maths. *Recherches en éducation*, 20, 140-156. <https://doi.org/10.4000/ree.8149>
- Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance : A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), 139-155. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.107.2.139>
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes. <https://doi.org/10.4000/books.pur.140957>
- Lafortune, L., & Fennema, É. (2002). Situation des filles à l'égard des mathématiques : Anxiété exprimée et stratégies utilisées. *Recherches féministes*, 15(1), 7-24. <https://doi.org/10.7202/000768ar>
- Lajoie, C., & Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : Évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, 42(2), 7-23. <https://doi.org/10.7202/1027903ar>
- LEP. (2011). *Collection Mathématiques 9-10-11*. Loisirs et Pédagogie. <https://www.editionslep.ch/domaines/sciences/mathematiques>
- Mata, M. de L., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012). Attitudes towards Mathematics : Effects of Individual, Motivational, and Social Support Factors. *Child Development Research*, 2012(1), 876028. <https://doi.org/10.1155/2012/876028>
- Montague, M., Krawec, J., Enders, C., & Dietz, S. (2014). The effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle-school students of varying ability. *Journal of Educational Psychology*, 106(2), 469-481. <https://doi.org/10.1037/a0035176>
- Poirier Proulx, L. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement : Cadre référentiel et outils de formation*. De Boeck Université.
- Polya, G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème : Mathématiques, physique, jeux, philosophie*. J. Gabay.
- Tardif, J. (1997). *Pour un enseignement stratégique : L'apport de la psychologie cognitive*. Éd. Logiques.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education : A survey. *ZDM*, 52(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>
- Vianin, P. (2009). *L'aide stratégique aux élèves en difficulté scolaire : Comment donner à l'élève les clés de sa réussite ?* De Boeck.