UNIVERSITÉ DE FRIBOURG
UNIVERSITÄT FREIBURG

Département des sciences de l'éducation

Centre d'enseignement et de recherche francophone des enseignant-e-s du secondaire I et II (CERF)

Mémoire de master présenté à la Faculté des Lettres à l'Université de Fribourg (CH)

Sous la direction de Monsieur Roland-Pierre PILLONEL-WYRSCH

Structurer le processus de résolution d'un problème de recherche mathématique à l'aide d'une grille

DANG Anh, Villars-Sur-Glâne.

Septembre 2015

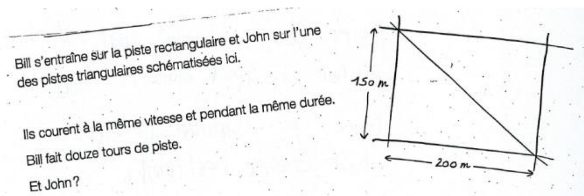
Les problèmes de recherche mathématique doivent être évalués et notés au moins deux fois par année au cycle d'orientation, selon la PAF - planification annuelle fribourgeoise. Il n'est pas toujours simple de travailler ce domaine avec les élèves. En effet, ces derniers n'apprécient que très peu les problèmes de recherche. La raison principale réside souvent dans leurs difficultés de résolution. En temps qu'enseignant, notre rôle nous impose de nous questionner sur les moyens de pallier ces difficultés.

Ce mémoire est consacré donc à un outil, plus particulièrement une grille, guidant la manière de résoudre des problèmes de recherche mathématique dans le domaine mathématique au secondaire I. La question centrale de ce travail est de savoir dans quelle mesure la grille va faciliter le travail des élèves pour résoudre un problème de recherche mathématique.

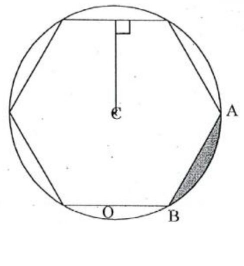
L'hypothèse générale de notre étude stipule que la grille permet aux élèves d'avoir un fil rouge structurant le processus de résolution d'un problème mathématique.

Trois sous-hypothèses apportent également des informations à propos de cet outil. Afin de pouvoir les vérifier, 22 élèves d'une classe 10H prégymnasiale sans latin du CO de Jolimont ont d'abord réalisé un premier problème de recherche, puis ont élaboré la grille; enfin, ils ont pu la tester en l'appliquant à un second problème de recherche. Les passations ont débuté le 29 janvier 2014 et ont pris fin le 1er juillet 2014.

Voici les deux problèmes de recherches réalisés auprès des élèves.



On a un hexagone régulier inscrit dans un cercle de 6 cm de rayon. Calcule l'aire grisée



Voici la grille réalisée par les élèves

	✓
➢ Je lis le problème plusieurs fois	
➢ Je reformule le problème pour que je le comprenne.	
➢ Je souligne les informations importantes, utiles	
➢ Si besoin, je dessine un croquis sur lequel je note toutes les informations, un tableau, un schéma.	
➢ Je me pose la question : « qu'est-ce que je dois trouver ? »	
➢ Je réfléchis aux formules que je vais utiliser.	
➢ Je réfléchis si je n'ai pas déjà fait un problème similaire - je le compare avec des exercices déjà faits et essaie de me souvenir comment j'ai résolu.	
➢ Je peux écrire des hypothèses.	
➢ J'explique par quoi je vais commencer, je note tout ce que je vais faire dans l'ordre chronologique.	
➢ Je ne dois pas oublier d'être précis dans mes indications : j'explique pourquoi j'ai fait ce calcul.	
➢ J'écris une phrase-réponse.	
➢ Je vérifie mes calculs.	
➢ Je relis mon travail et je me demande si ma solution est claire et pertinente.	

La grille est basée sur les quatre étapes du processus qui permettent de résoudre des problèmes de recherche. Là encore, le processus est divisé différemment selon les auteurs : parfois trois étapes (Bair et al., 2000), parfois quatre étapes selon Polya (2000), mais elles restent toutes complémentaires les unes des autres.
Voici un extrait d'analyse de résultat d'élèves ayant une solution type avec les étapes du processus de résolution bien marquées.

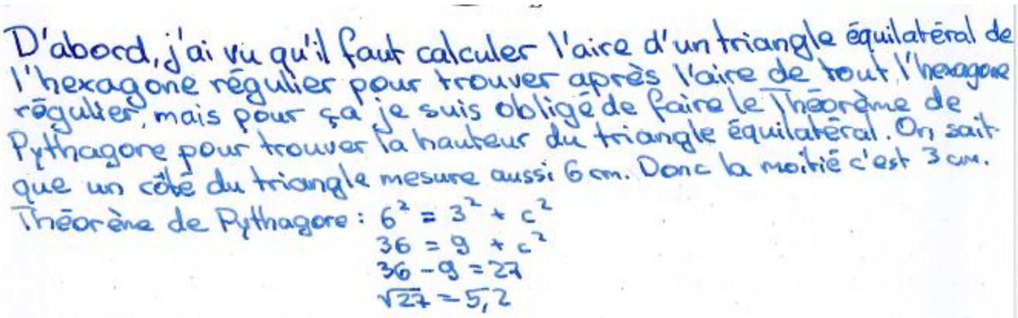

D'abord, j'ai vu qu'il faut calculer l'aire d'un triangle équilatéral de l'hexagone régulier pour trouver après l'aire de tout l'hexagone régulier, mais pour ça je suis obligé de faire le Théorème de Pythagore pour trouver la hauteur du triangle équilatéral. On sait que un côté du triangle mesure aussi 6 cm. Donc la moitié c'est 3 cm.
Théorème de Pythagore : $6^2 = 3^2 + c^2$
$36 = 9 + c^2$
$36 - 9 = 27$
$\sqrt{27} = 5,2$

Figure 1 : Elève S.

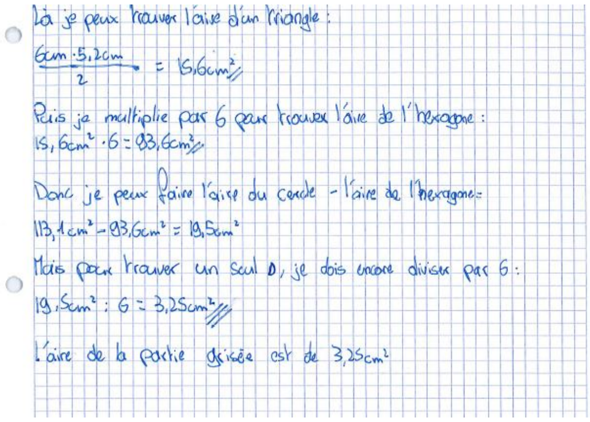

Là je peux trouver l'aire d'un triangle :
$\frac{6cm \cdot 5,2cm}{2} = 15,6cm^2$
Puis je multiplie par 6 pour trouver l'aire de l'hexagone :
$15,6cm^2 \cdot 6 = 93,6cm^2$
Donc je peux faire l'aire du cercle - l'aire de l'hexagone =
$113,1cm^2 - 93,6cm^2 = 19,5cm^2$
Mais pour trouver un seul D, je dois encore diviser par 6 :
$19,5cm^2 : 6 = 3,25cm^2$
l'aire de la partie grisée est de $3,25cm^2$

Figure 2 : Elève N.

En conclusion, les résultats montrent que la phase de compréhension est la phase clé pour réussir un problème. Une bonne compréhension d'un problème amènera à un bon plan. Le fait de structurer ses idées permet alors aux élèves d'exécuter au mieux leurs plans et ainsi de ne pas se perdre ou faire des calculs inutiles, mais encore, faut-il pouvoir appliquer correctement sa procédure ! Et enfin, la phase d'évaluation de la solution semble avoir été délaissée par les élèves alors que cette dernière semble tout de même une étape importante afin de bien contrôler son travail, ses calculs et de pouvoir identifier s'il y a d'éventuelles erreurs.

Nous pouvons donc dire que les phases de compréhension et de résolution semblent essentielles à la réussite d'un problème mais que la phase d'évaluation de la solution doit être travaillée avec les élèves pour qu'ils évitent de faire des erreurs de calculs ou de procédures. La grille ne permet pas de faire recours aux connaissances antérieures des élèves, à leurs connaissances acquises et par conséquent elle ne permet donc pas de traiter le problème de manière significative. La grille n'influence malheureusement aucunement ces connaissances déclaratives.

Nous pouvons conclure que l'hypothèse générale est confirmée: la grille permet aux élèves d'établir un fil rouge qui va structurer leurs idées, diriger leur plan et organiser leurs calculs lors de la résolution d'un problème.

Ainsi, elle représente bien un outil qui permet de guider la structure d'un problème de recherche mathématique, mais qui ne permet pas forcément d'amener l'élève à la solution correcte.

Bibliographie

Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert.* Lyon: SCREREN-CRDP Académie de Lyon.

Bair, J., Haesbroeck, G., & Haesbroeck, J. J. (2000). *Formation mathématique par la résolution de problèmes.* Bruxelles: De Boeck & Larcier s.a.

Demonty, I., Fagnant, A., & Lejong, M. (2007). *Résoudre des problèmes: pas de problèmes!* Bruxelles: De Boeck.

Polya, G. (2000). *Comment poser et résoudre un problème. Mathématies, Physiques, Jeux, Philosophie.* Jacques Gabay.

Tardif, J. (1997). *Pour un enseignement stratégique: L'apport de la psychologie cognitive.* Montréal: Les Editions logiques.